Serie: CÁLCULO EN UNA VARIABLE

Hemos definido la recta tangente como un límite de la recta secante. También sabemos que a medida que Δx tiende a 0, la pendiente de la recta secante $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ tiende a la pendiente de la recta tangente. ¿Qué tan cercano a 0 debe ser Δx para que $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ se aproxime a la pendiente de la recta tangente?.

Usaremos la construcción de GeoGebra *Aproximación de la Secante a la Tangente* disponible en `https://www.geogebra.org/m/QbSFkke6` para observar algunos ejemplos. Seleccione la función $f(x) = 0{,}5x^3 - x$. Utilice los deslizadores rojo y amarillo para responder la parte (a) de cada pregunta, luego active la *Tangente* para responder la parte (b). Asegúrese de desactivar la *Tangente* antes de iniciar a trabajar con el siguiente problema.

Puede ser de utilidad responder estos ejercicios con ayuda de un compañero.

Ejercicio 1

Mueva el deslizador rojo a $x = -0{,}75$; intentará determinar la pendiente de la secante a través del punto $(-0{,}75, f(-0{,}75))$.

(a) Utilice el deslizador amarillo para encontrar el valor de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ cuando $x = -0{,}75$ y Δx asume cada uno de los siguientes valores:

$$-0{,}5;\ -0{,}25;\ 0{,}25;\ 0{,}5.$$

(b) Active la Tangente para encontrar la pendiente (aproximada) de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = -0{,}75$.

(c) Encuentre el valor de Δx para el cual el valor de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ esta a menos de 0,1 de la pendiente de la recta tangente.

Ejercicio 2

Ahora lleve el deslizador rojo a $x = 0$.

(a) Encuentre $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ cuando $x = 0$ y Δx toma los siguiente valores:

$$-0{,}5;\ -0{,}25;\ 0{,}25;\ 0{,}5.$$

(b) Encuentre la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 0$.

(c) Encuentre el valor de Δx para el cual el valor de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ esta a menos de 0,1 de la pendiente de la recta tangente.

Ejercicio 3

Sea $x = 0{,}75$.

(a) Encuentre $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ cuando $x = 0{,}75$ y Δx toma los valores:

$$-0{,}5;\ -0{,}25;\ 0{,}25;\ 0{,}5.$$

(b) Encuentre la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 0{,}75$.

(c) Encuentre el valor de Δx para el cual el valor de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ esta a menos de 0,1 de la pendiente de la recta tangente.

Ejercicio 4

Compare sus respuestas a los problemas anteriores.

(a) ¿Fue su respuesta a la parte (c) igual en cada problema?

(b) Para algunos valores de x, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ tomó un valor cercano a la pendiente de la recta tangente cuando Δx era 0,5. Para otros no fue así. ¿Puede hacer alguna conjetura acerca de cuando es necesario un valor más pequeño de Δx para que $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ asuma un valor cercano a la pendiente de la recta tangente?

CC BY NC SA - 2017

"Estos materiales del curso MIT OpenCourseWare se han traducido en ESPAÑOL por BrainOnTube. Los autores de la facultad del MIT, el MIT, o el MIT OpenCourseWare no han repasado ni han aprobado estras traducciones, y el MIT, y el MIT OpenCourseWare no representan o hacen garantía de ningún tipo con referencia a los materiales traducidos, expresados o implícitos, incluso, sin limitación, las garantías de comercialización, capacidad de uso para un propósito particular, sin infracción, o la ausencia de errores, descubiertos o no. El MIT OpenCourseWare no se hace responsable de ninguna inexactitud en la traducción. Cualquier inexactitud u otros defectos contenidos en este material, debido a las inexactitudes en la traducción, es la responsabilidad única de BrainOnTube y no del MIT OpenCourseWare."